

THIẾT KẾ TỐI ƯU BỘ GIẢM CHẤN ĐỘNG LỰC CHO HỆ CHÍNH CÓ CẢN CHỊU KÍCH ĐỘNG XOẢN SỬ DỤNG TIÊU CHÍ BÌNH PHƯƠNG TỐI THIỂU CHO PHƯƠNG PHÁP TUYẾN TÍNH HÓA TƯƠNG ĐƯƠNG

OPTIMAL DESIGN OF DYNAMIC VIBRATION ABSORBER FOR DAMPED PRIMARY SYSTEM UNDER TORSIONAL EXCITATION USING EQUIVALENT LINEARIZATION METHOD BASED ON LEAST SQUARE CRITERION

Vũ Đức Phúc^{1,2,*},
Lê Văn Thoài², Nguyễn Quốc Dũng³

TÓM TẮT

Dao động xoắn xuất hiện nhiều trong máy và thiết bị, người ta thường làm giảm dao động này bằng phương pháp cân bằng động. Có rất ít nghiên cứu sử dụng TMD (tuned mass damper) để giảm dao động này, đặc biệt với hệ chính có cản, nguyên nhân có thể do giải pháp giải tích cho hệ chính có cản là rất khó khăn hoặc kết quả thu được rất phức tạp khó sử dụng trong thực tế. Mục tiêu của bài báo này cung cấp một hướng tiếp cận đơn giản để xác định một giải pháp phân tích xấp xỉ sử dụng tiêu chuẩn tối ưu H_∞ cho các bộ giảm chấn động lực gắn trên hệ chính có cản chịu kích động xoắn. Ý tưởng chính của nghiên cứu này là thay thế xấp xỉ hệ chính có cản ban đầu bằng một hệ không cản tương đương sử dụng tiêu chí bình phương tối thiểu trong phương pháp tuyến tính hóa tương đương, dạng biểu thức giải tích tường minh được đưa ra cho việc thay thế này. Các tham số tối ưu của bộ giảm chấn động lực tiếp tục được tìm dựa trên kết quả giải tích đã biết từ phương pháp hai điểm cố định, kết quả giảm dao động của hệ chính được xác nhận dựa trên đáp ứng tần số và đáp ứng thời gian của hệ đã cho thấy hiệu quả mạnh mẽ của giải pháp này cho hệ chính có cản tại vùng cộng hưởng.

Từ khóa: Giảm chấn động lực, tối ưu hóa H_∞ , phương pháp tuyến tính hóa tương đương, biểu thức giải tích, giảm dao động xoắn.

ABSTRACT

Torsional vibration occurs much in the machine and equipment, it is usually reduced by vibration by dynamic balancing. Very few studies have been conducted using to reduce this vibration, especially with the damped primary system, which may be due to analytical solutions for the damped primary system is very difficult, or very complicated TMD (tuned mass damper) results in practice. This paper article provides a simple approach to determine the approximation analytical solutions for the H_∞ optimization of the dynamic vibration absorber attached to the damped primary system under torsional excitation. The main idea of the study to replace approximately the original damped primary system by an equivalent undamped system using the least-squares criterion of the equivalent linearization method, then, closed-form formulae of optimized parameters were derived for this active. The optimal parameters of the damper continue to be derived based on the results of the known analysis from the fixed point method, resulting in the vibration of the damped primary system is confirmed based on frequency response and Time response of the system has shown the strong effect of this solution for the damped primary system in the resonant region.

Keywords: Tuned mass damper, H_∞ optimization, equivalent linearization method, closed-form expression, torsional vibration suppression.

¹ Viện Cơ khí, Trường Đại học Bách khoa Hà Nội

² Khoa Cơ khí, Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Hưng Yên

³ Trường Cao đẳng Công nghiệp Thái Nguyên

*Email: ducphuc26@gmail.com

Ngày nhận bài: 01/12/2017

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 29/01/2018

Ngày chấp nhận đăng: 26/02/2018

1. MỞ ĐẦU

Việc sử dụng các thiết bị phụ trợ làm tiêu tán năng lượng của hệ chính như TMD hay còn gọi là DVA (dynamic

vibration absorber) để giảm dao động đã được đề xuất đầu tiên bởi P.Watt [1] và Frarm [2] khi họ sử dụng TMD không cản, nó chỉ có tác dụng trong một vùng hẹp của dải tần số

kích động. Sau đó, Omndroyd và Den Hartog [3] đã phát triển lý thuyết và sử dụng TMD có cản, điều này có tác dụng mở rộng hiệu quả của TMD cho một dải rộng tần số. Một số tiêu chí hay được sử dụng trong thiết kế tối ưu các tham số của TMD là tối ưu H_∞ được sử dụng bởi Den - Hartog [3], Asami et al [4], Asami and Nishihara [5,6], tối ưu H_2 được sử dụng bởi Crandall and Mark [7], Iwata [8] và tiêu chí cực đại độ ổn định được Yamaguchi [9] sử dụng để làm giảm nhanh biên độ dao động của hệ.

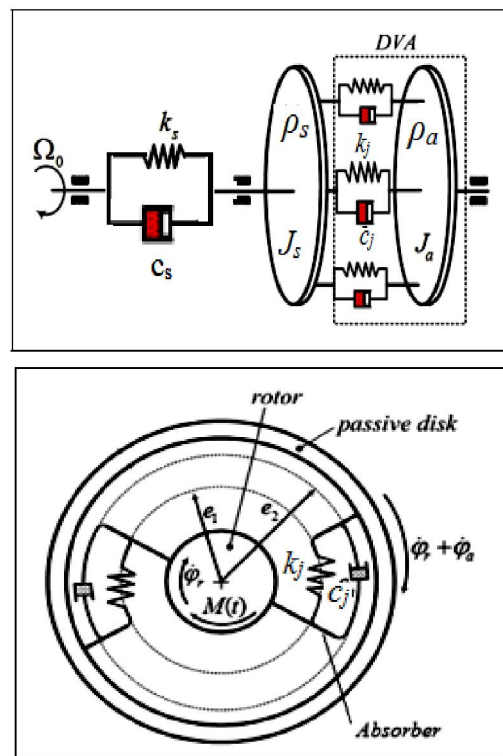
Với hệ chính có cản sử dụng phương pháp đạo hàm truyền thống để tìm các tham số tối ưu của TMD là rất phức tạp và không khả thi, để giải quyết bài toán này, Igusa và Der Kiureghian [10, 11] đã sử dụng phương pháp nhiễu loạn để tìm các tham số tối ưu cho DVA. Phát triển phương pháp nhiễu loạn, Fujino và Abe [12] đã thiết kế tối ưu cho hệ chính có cản chịu kích động điều hòa và kích động ngẫu nhiên, kết quả thu được các biểu thức giải tích cho hệ chính có cản, tuy nhiên các biểu thức này chỉ sử dụng tốt khi tỷ lệ khối lượng $\mu < 0,02$ và hệ số cản của hệ chính là nhỏ. E. Pennestri [13] đã sử dụng tiêu chí min - max của Chebyshev để thiết kế tối ưu các tham số của bộ TMD có cản, kết quả dẫn tới giải hệ gồm 6 phương trình đại số phi tuyến với 7 ẩn, vì thế phải chọn 1 tham số trước và cần tìm nghiệm ban đầu phù hợp. A. Ghosh và B. Basu [14] dựa trên giả thuyết là giảm chấn nhẹ và giả định tồn tại 2 điểm cố định đã đưa ra biểu thức giải tích cho việc xác định tỷ lệ tần số tối ưu khi thiết kế tham số cho TMD. Kết hợp tiêu chí min - max và kết quả của A. Ghosh và B. Basu các tác giả Liu và coppla [15] đã tìm các tham số của các bộ giảm chấn cho hệ chính có cản dịch chuyển tịnh tiến, theo đó, biểu thức giải tích tìm được cho tỷ lệ tần số tối ưu còn tỷ số cản tối ưu xác định bằng việc giải hệ 6 phương trình đại số phi tuyến nên phụ thuộc nhiều vào kỹ thuật tìm nghiệm ban đầu. Anh và đồng nghiệp [16,17] đã đưa ra tiêu chí đối ngẫu cho phương pháp tuyến tính hóa tương đương để thiết kế tối ưu các tham số cho TMD, kết quả biểu thức giải tích gần đúng cho các tham số tối ưu của DVA được đưa ra. Như vậy, tất cả các nghiên cứu trên đều tập trung giải quyết bài toán tối ưu các tham số của TMD gắn trên hệ chính chuyển động tịnh tiến.

Với hệ chính không cản chịu kích động xoắn, các tác giả của [18] đã sử dụng phương pháp hai điểm cố định đưa ra dạng giải tích cho các tham số tối ưu của DVA gắn trên hệ chính không cản chịu kích động xoắn. Các tham số độ cứng của DVA được lựa chọn theo chiều cao của hai điểm cố định trong hàm đáp ứng tần số khi chúng bằng nhau và cản nhớt của bộ DVA được xác định khi hai điểm này là cực đại trong hàm đáp ứng tần số. Trong trường hợp hệ chính có cản chịu kích động xoắn, theo hiểu biết của chúng tôi chưa có nghiên cứu nào tiếp cận theo hướng giải tích để giải quyết vấn đề này. Trên cơ sở ý tưởng của phương pháp tuyến tính hóa tương đương [19, 20, 21], sử dụng tiêu chí bình phương nhỏ nhất, nghiên cứu này tiến hành thay thế hệ chính có cản chịu kích động xoắn bằng một hệ không cản tương đương, sau đó sử dụng kết quả của lý thuyết hai điểm cố định đã biết để tìm các tham số tối ưu cho các TMD gắn trên hệ chính có cản chịu kích động xoắn, biểu thức

giải tích được đưa ra cho việc thay thế này. Hiệu quả của các bộ giảm chấn động lực với các tham số tối ưu tìm được được xác nhận thông qua so sánh đáp ứng tần số và đáp ứng thời gian của hệ tại cộng hưởng khi lắp và không lắp DVA đã cho thấy hiệu quả mạnh mẽ của các bộ giảm chấn trong việc giảm dao động xoắn của hệ.

2. MÔ HÌNH HỆ CHÍNH CÓ CẢN CHỊU KÍCH ĐỘNG XOẮN

Hình 1 biểu diễn hệ chính có cản chịu kích động xoắn lắp các bộ TMD có cản được xem xét trong nghiên cứu này, hệ chính có cản là trục máy một bậc tự do (1 DOF) chịu kích động bởi mô men xoắn dạng sin, trục độ cứng là k_s , và có hệ số cản là c_s được kết nối với bộ giảm chấn động lực thông qua 1 roto có bán kính quán tính ρ_s và mô men quán tính là J_s . Các bộ giảm chấn gồm các lò xo thẳng có độ cứng k_j và các cản nhớt có hệ số cản c_j được gắn với đĩa có bán kính quán tính ρ_a và mô men quán tính J_a . e_1 và e_2 lần lượt là bán kính xác định vị trí lắp lò xo và cản nhớt.



Hình 1. Mô hình trục 1 DOF lắp các bộ DVA

Áp dụng phương trình Lagrange loại 2 ta thiết lập được phương trình vi phân chuyển động của hệ:

$$\begin{cases} (J_s + J_a)\ddot{\theta}_r + J_a\ddot{\phi}_a + c_s\dot{\theta}_r + k_s\theta_r = M_0 \sin(\Omega t) \\ J_a(\ddot{\theta}_r + \ddot{\phi}_a) + \sum_{j=1}^n c_j e_2^2 \dot{\phi}_a + \sum_{j=1}^n k_j e_1^2 \phi_a = 0 \end{cases} \quad j=(1 \dots n) \quad (1)$$

3. HÀM ĐÁP ỨNG TẦN SỐ CHO HỆ DAO ĐỘNG XOẮN

Giả sử hàm kích động là $M = M_0 e^{i\Omega t}$, khi đó ta tìm nghiệm của hệ (1) bằng phương pháp hàm đáp ứng tần số như sau:

$$\theta_r(t) = \hat{\theta}_r(\Omega) e^{i\Omega t}; \phi_a(t) = \hat{\phi}_a(\Omega) e^{i\Omega t} \quad (2)$$

Thay các biểu thức trên vào hệ phương trình vi phân (1) và khử $e^{i\Omega t}$ ta được:

$$\begin{cases} -(J_s + J_a)\Omega^2 \hat{\theta}_r - J_a \Omega^2 \hat{\phi}_a \\ + c_s i\Omega \hat{\theta}_r + k_s \hat{\theta}_r = M_0 \\ -J_a \Omega^2 \hat{\theta}_r - J_a \Omega^2 \hat{\phi}_a + \sum_{j=1}^n k_j e_1^2 \hat{\phi}_a \\ + \sum_{j=1}^n i\Omega c_j e_2^2 \hat{\phi}_a = 0 \end{cases} \quad j = (1 \dots n) \quad (3)$$

Trong đó các mô men quán tính khối của trục và đĩa lắp TMD tính như sau:

$$J_s = m_s \rho_s^2; J_a = m_a \rho_a^2 \quad (4)$$

Đặt:

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{m_a}{m_s}; \eta = \frac{\rho_a}{\rho_s}; \gamma = \frac{e_1}{\rho_s}; \lambda = \frac{e_2}{\rho_s}; \omega_j = \sqrt{\frac{k_j}{m_a}}; \omega_s = \sqrt{\frac{k_s}{m_s \rho_s^2}}; \\ c_j &= 2m_a \omega_j \zeta_j; c_s = J_s \omega_s \zeta_s; \beta = \frac{\Omega}{\omega_s}; \alpha_j = \frac{\omega_j}{\omega_s} \Rightarrow \frac{\Omega}{\omega_j} = \frac{\beta}{\alpha_j}; \end{aligned} \quad (5)$$

Thay các đại lượng trên vào (3) và giải hệ phương trình này ta được:

$$\hat{\theta}_r = \frac{M_0}{k_s} \frac{1}{\left[1 - (1 + \mu \eta^2) \beta^2 + i 2 \xi_s \beta \right] \frac{\mu^2 \eta^4 \beta^4}{\left[\sum_{j=1}^n \gamma^2 \mu \alpha_j^2 - \mu \eta^2 \beta^2 + \sum_{j=1}^n i 2 \lambda^2 \mu \beta \alpha_j \zeta_j \right]}} \quad (6)$$

Đặt:

$$H = \frac{1}{\left[1 - (1 + \mu \eta^2) \beta^2 + i 2 \xi_s \beta \right] \frac{\mu^2 \eta^4 \beta^4}{\left[\sum_{j=1}^n \gamma^2 \mu \alpha_j^2 - \mu \eta^2 \beta^2 + \sum_{j=1}^n i 2 \lambda^2 \mu \beta \alpha_j \zeta_j \right]}} \quad (7)$$

Ta gọi H là hàm khuếch đại của hệ. Đặt:

$$\begin{cases} a_n = 1 - (1 + \mu \eta^2) \beta^2 - \frac{\mu^2 \eta^4 \beta^4 \left[\sum_{j=1}^n \gamma^2 \mu \alpha_j^2 - \mu \eta^2 \beta^2 \right]}{\left[\left(\sum_{j=1}^n \gamma^2 \mu \alpha_j^2 - \mu \eta^2 \beta^2 \right)^2 + \sum_{j=1}^n 4 \lambda^4 \mu^2 \beta^2 \alpha_j^2 \zeta_j^2 \right]} \\ b_n = 2 \xi_s \beta + \frac{2 \mu^3 \eta^4 \beta^5 \lambda^2 \sum_{j=1}^n \alpha_j \zeta_j}{\left[\left(\sum_{j=1}^n \gamma^2 \mu \alpha_j^2 - \mu \eta^2 \beta^2 \right)^2 + \sum_{j=1}^n 4 \lambda^4 \mu^2 \beta^2 \alpha_j^2 \zeta_j^2 \right]} \end{cases} \quad (8)$$

Áp dụng lý thuyết về số phức ta có:

$$|H| = \sqrt{\frac{1}{a_n^2 + b_n^2}} \quad (9)$$

Yêu cầu đặt ra khi thiết kế giảm chấn động lực để giảm dao động xoắn là tìm hai tham số $\alpha_j; \zeta_j$ trong (8), (9) sao cho biên độ dao động của hệ tại tần số cộng hưởng là cực tiểu và hai đỉnh của đường cong đáp ứng biên độ tần số (9) bằng nhau, hai tham số tìm được này gọi là các tham số tối ưu của DVA và ký hiệu là: $\alpha_{opt}; \zeta_{opt}$. Sử dụng lý thuyết hai điểm cố định các tác giả của [18] đã đưa ra biểu thức xác định các tham số $\alpha_j; \zeta_j$ tối ưu cho hệ chính không cản với bộ DVA là các lò xo và cản nhớt giống nhau như dưới đây:

$$\alpha_{opt} = \frac{\eta}{\gamma \sqrt{n} (1 + \eta^2 \mu)} \quad (10)$$

$$\zeta_{opt}^2 = \frac{3}{8} \frac{\mu \eta^4 \gamma^2}{n \lambda^4 (1 + \mu \eta^2)} \quad (11)$$

4. SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP TUYẾN TÍNH HÓA TƯƠNG ĐƯƠNG DỰA TRÊN TIÊU CHÍ BÌNH PHƯƠNG TỐI THIỂU ĐỂ THIẾT KẾ TỐI ƯU CÁC THAM SỐ CỦA DVA

Trong phần này, chúng ta xem xét các dao động phi tuyến của hệ 1 bậc tự do (1DOF) chịu kích động ngẫu nhiên Gaussian với hàm phi tuyến phụ thuộc vào dịch chuyển và vận tốc:

$$\ddot{x} + \beta \dot{x} + \omega_0^2 x + \eta g(x, \dot{x}, t) = f(t) \quad (12)$$

Với giả thiết rằng β và η là nhỏ hay hệ có cản nhẹ hoặc yếu, thành phần phi tuyến $g(x, \dot{x}, t)$ bao gồm cả dịch chuyển và vận tốc phụ thuộc vào thời gian của hệ.

Chúng ta viết lại (12) dưới dạng:

$$\ddot{x} + \beta_{eq} \dot{x} + \omega_{eq}^2 x + e(x, \dot{x}, t) = f(t) \quad (13)$$

Ở đây, β_{eq} và ω_{eq}^2 lần lượt là là cản và độ cứng tuyến tính tương đương của hệ, hệ số $e(x, \dot{x}, t)$ là sai số, nếu cản nhỏ thì sai số $e(x, \dot{x}, t)$ được bỏ qua và công thức (13) trở thành tuyến tính, khi đó ta có thể giải dễ dàng, còn nếu ta chọn β_{eq} và ω_{eq}^2 hợp lý thì giá trị của $e(x, \dot{x}, t)$ sẽ là nhỏ nhất. Công cụ toán học hay được sử dụng trong trường hợp này là tiêu chí bình phương nhỏ nhất. Từ các công thức phía trên ta có:

$$e(x, \dot{x}, t) = (\beta - \beta_{eq}) \dot{x} + (\omega_0^2 - \omega_{eq}^2) x + \eta g(x, \dot{x}, t) \quad (14)$$

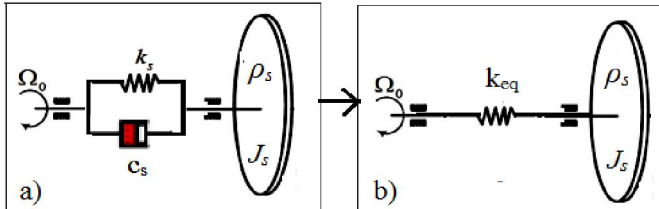
Sai số trung bình bình phương trong một chu kỳ được xác định như sau:

$$\begin{aligned} & \langle e^2(x, \dot{x}, t) \rangle \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \left[(\beta - \beta_{eq}) \dot{x} + (\omega_0^2 - \omega_{eq}^2) x + \eta g(x, \dot{x}, t) \right]^2 dt \end{aligned} \quad (15)$$

Khi đó để tìm để tìm β_{eq} và ω_{eq}^2 ta sử dụng các thủ tục tìm cực tiểu của $\langle e^2(x, \dot{x}, t) \rangle$ theo các biến β_{eq} và ω_{eq}^2 như dưới đây:

$$\left\{ \frac{\partial \langle e^2(x, \dot{x}, t) \rangle}{\partial \beta_{eq}} = 0; \frac{\partial \langle e^2(x, \dot{x}, t) \rangle}{\partial \omega_{eq}^2} = 0 \right. \quad (16)$$

Tiếp theo, sử dụng tiêu chí bình phương tối thiểu ở trên để thiết kế tối ưu các tham số của DVA cho hệ chính có cản tuyến tính, theo đó ta sẽ thay thế hệ chính có cản thành hệ chính không cản tương đương như hình 2 bằng phương pháp tuyến tính hóa tương đương.



Hình 2. Hệ dao động xoắn không cản tương đương với hệ có cản

Theo đó ta có phương trình vi phân chuyển động của hệ hình 2a và 2b như sau:

$$\begin{cases} J_s \ddot{\theta}_r + c_s \dot{\theta}_r + k_s \theta_r = 0 \Rightarrow \ddot{\theta}_r + \frac{c_s}{J_s} \dot{\theta}_r + \frac{k_s}{J_s} \theta_r = 0 \\ J_s \ddot{\theta}_r + k_{eq} \theta_r = 0 \Rightarrow \ddot{\theta}_r + \frac{k_{eq}}{J_s} \theta_r = 0 \end{cases} \quad (17)$$

$$\text{Đặt: } \frac{c_s}{J_s} = 2\xi_s \omega_s; \frac{k_s}{J_s} = \omega_s^2; \frac{k_{eq}}{J_s} = \omega_{eq}^2$$

Thì (17) trở thành:

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_r + 2\xi_s \omega_s \dot{\theta}_r + \omega_s^2 \theta_r = 0 \\ \ddot{\theta}_r + \omega_{eq}^2 \theta_r = 0 \end{cases} \quad (18)$$

Với ω_{eq} là tần số dao động riêng của hệ được quy đổi

Sai số giữa hai phương trình vi phân trong (18) xác định như sau:

$$e(x, \dot{x}, t) = 2\xi_s \omega_s \dot{\theta}_r + \omega_s^2 \theta_r - \omega_{eq}^2 \theta_r \quad (19)$$

Từ (19) ta thấy nếu thay thế đại lượng $2\xi_s \omega_s \dot{\theta}_r$ bằng đại lượng $(\omega_s^2 - \omega_{eq}^2) \theta_r$ thì 2 phương trình vi phân dao động của (18) sẽ như nhau. Để xác định ω_{eq}^2 theo tiêu chí bình phương tối thiểu ta sử dụng phép hàm sau:

$$\langle e^2(x, \dot{x}, t) \rangle_D = \left\langle \left(2\xi_s \omega_s \dot{\theta}_r + \omega_s^2 \theta_r - \omega_{eq}^2 \theta_r \right)^2 \right\rangle_D \rightarrow \min_{\omega_{eq}^2} \quad (20)$$

Với:

$$\langle e^2(x, \dot{x}, t) \rangle_D = \langle \cdot \rangle_D = \frac{1}{D} \int_0^D (\cdot) dt \quad (21)$$

Ở đây miền D là 1 miền lấy tích phân được chọn sau, trong (21) hằng số ω_{eq}^2 được xác định như sau:

$$\frac{\partial \langle e^2(x, \dot{x}, t) \rangle_D}{\partial \omega_{eq}^2} = 0 \quad (22)$$

Từ (20) ta suy ra:

$$\begin{aligned} & \langle e^2(x, \dot{x}, t) \rangle_D \\ &= \left\langle 4\xi_s^2 \omega_s^2 \dot{\theta}_r^2 + 4\xi_s \omega_s (\omega_s^2 - \omega_{eq}^2) \dot{\theta}_r \theta_r + (\omega_s^2 - \omega_{eq}^2)^2 \theta_r^2 \right\rangle_D \end{aligned} \quad (23)$$

Đạo hàm biểu thức (23) theo ω_{eq}^2 và thay vào phương trình (22) rồi giải phương trình với ẩn ω_{eq}^2 ta được:

$$\omega_{eq}^2 = \frac{2\xi_s \omega_s \langle \dot{\theta}_r \theta_r \rangle_D}{\langle \theta_r^2 \rangle_D} + \omega_s^2 \quad (24)$$

Sử dụng:

$$\begin{cases} x(t) \Rightarrow \langle x(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \\ f(x) \Rightarrow \langle f(x) \rangle_D = \langle f(x) \rangle_\Phi = \frac{1}{\Phi} \int_0^\Phi f(x) d\varphi \quad 0 < \varphi < \Phi \end{cases} \quad (25)$$

Trong đó: $\Phi = \omega_{eq} D$ thì (25) được viết lại dưới dạng:

$$\omega_{eq}^2 = \frac{2\xi_s \omega_s \langle \dot{\theta}_r \theta_r \rangle_\Phi}{\langle \theta_r^2 \rangle_\Phi} + \omega_s^2 \quad (26)$$

Theo (18) ta có phương trình vi phân của hệ không cản tương đương:

$$\ddot{\theta}_r + \omega_{eq}^2 \theta_r = 0 \quad (27)$$

Tìm nghiệm của phương trình (27) dưới dạng:

$$\begin{aligned} \theta_r &= a_r \cos(\omega_{eq} t) + b_r \sin(\omega_{eq} t) \\ &= a \cos(\omega_{eq} t + \varphi_0) = a \cos \varphi \quad (\varphi = \omega_{eq} t + \varphi_0) \end{aligned} \quad (28)$$

Từ đây suy ra:

$$\theta_r^2 = a^2 \cos^2 \varphi = a^2 \frac{1 + \cos 2\varphi}{2} \quad (29)$$

Sử dụng (25) ta được:

$$\begin{cases} \langle \theta_r^2 \rangle_\Phi = \frac{a^2}{2\Phi} \left(\Phi + \frac{\sin 2\Phi}{2} \right); \\ \langle \theta_r \dot{\theta}_r \rangle_\Phi = \frac{a^2 \omega_{eq}}{4\Phi} (\cos 2\Phi - 1) \end{cases} \quad (30)$$

Thay (30) vào (24) và giải phương trình với ẩn ω_{eq} ta được:

$$\omega_{eq} = \frac{\frac{(\cos 2\Phi - 1)}{\left(\Phi + \frac{\sin 2\Phi}{2}\right)} \xi_s \omega_s + \sqrt{\left[\frac{(1 - \cos 2\Phi)}{\left(\Phi + \frac{\sin 2\Phi}{2}\right)} \xi_s \omega_s \right]^2 + 4\omega_s^2}}{2} \quad (31)$$

Trong (31) giá trị Φ là hằng số được chọn tùy ý, ở đây ta chọn $\Phi = \frac{\pi}{2}$ để $\theta_r, \dot{\theta}_r$ không phụ thuộc Φ . Thay giá trị của Φ vào (31) ta nhận được:

$$\omega_{eq} = \omega_s \left[\sqrt{\frac{4\xi_s^2}{\pi^2} + 1} - \frac{2\xi_s}{\pi} \right] \quad (32)$$

Ở đây, ω_s và ξ_s lần lượt là tần số dao động riêng và tỷ số cản của hệ chính có cản còn ω_{eq} là tần số dao động riêng của

hệ không cân tương đương. Sau khi đã thay thế được hệ chính có cân thành hệ chính không cân tương đương ta tiếp tục sử dụng các biểu thức giải tích đã biết từ phương pháp điểm cố định để tìm các tham số tối ưu của DVA ($\alpha_{opt}, \zeta_{opt}$).

Sử dụng kết quả trong biểu thức (10), (11) và (32) ta được các tham số tối ưu của DVA cho hệ chính có cân như sau:

$$\alpha_{opt} = \frac{\alpha_{eopt} \omega_{eq}}{\omega_s} = \frac{\eta}{\gamma \sqrt{n(1+\eta^2 \mu)}} \left[\sqrt{\frac{4\xi_s^2}{\pi^2} + 1} - \frac{2\xi_s}{\pi} \right]$$

$$\zeta_{opt} = \sqrt{\frac{3 \mu \eta^4 \gamma^2}{8 n \lambda^4 (1+\mu \eta^2)}} \quad (33)$$

Trong (33), α_{eopt} là một tham số tối ưu của DVA cho hệ chính không cân và được xác định trong (10).

Như vậy, biểu thức (31) là biểu thức tổng quát để xác định tần số dao động riêng của hệ không cân tương đương và biểu thức (32) là một trường hợp riêng của (31) khi ta lấy giá trị cụ thể của Φ . Các biểu thức tối ưu của TMD tìm được bên trên cho phép làm giảm biên độ dao động lớn nhất của hệ chính, khi đó có thể giảm đáp ứng của hệ chính chịu kích động xoắn ở 1 dải tần số.

5. MÔ PHỎNG SỐ

Để mô tả và giải thích các kết quả ở trên, ta tính toán cho bộ tham số của hệ chính chịu kích động xoắn dạng sin như hình 2a, bộ số liệu của hệ chính, các kết quả tính toán và các kích thước cho ở bảng 1. Ta chọn trước tỷ lệ khối lượng giữa TMD và hệ chính, sau đó tính toán các giá trị của các tham số tối ưu tương ứng với các giá trị n và ξ_s khác nhau.

Bảng 1. Các tham số đầu vào của hệ

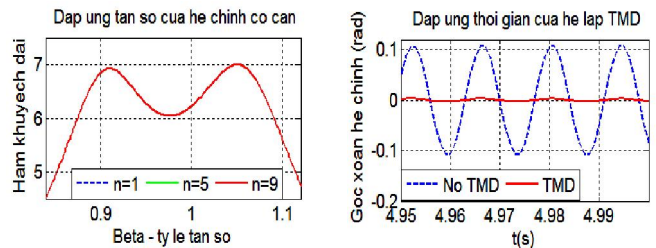
| Thông số | Đơn vị | Giá trị | Thông số | Đơn vị | Giá trị |
|----------|---------|---------|----------------------------|-------------------|---------|
| m_s | kg | 5 | m_{a1} | kg | 0,2 |
| k_s | Nm/rad | 10000 | $J_s = m_s \cdot \rho_s^2$ | Kg.m ² | 0,002 |
| ρ_s | m | 0,1 | $J_s = m_s \cdot \rho_s^2$ | Kg.m ² | 0,05 |
| e_1 | m | 0,06 | $\gamma = e_1 / \rho_s$ | | 0,9 |
| e_2 | m | 0,09 | $\lambda = e_2 / \rho_s$ | | 0,6 |
| ρ_a | m | 0,1 | $\mu_1 = m_{a1} / m_s$ | | 0,04 |
| M_0 | Nm | 5,0 | $\eta = \rho_a / \rho_s$ | | 1 |
| c_{s1} | Nms/rad | 0,1 | ξ_{s1} | | 0,0022 |
| c_{s2} | Nms/rad | 0,4 | ξ_{s2} | | 0,0089 |
| c_{s3} | Nms/rad | 0,6 | ξ_{s3} | | 0,0134 |

Bảng 2 cho ta các tham số tối ưu của các bộ DVA tương ứng với 3 giá trị khác nhau của n và ξ_s , tương ứng với nó là các giá trị của hàm khuếch đại H và góc xoắn của hệ chính khi không lắp và lắp TMD với cùng $\mu = 0,04$.

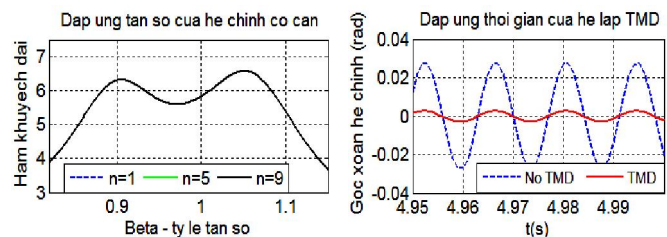
Bảng 2. Giá trị $\alpha_{opt}, \zeta_{opt}$ và H_{max}, θ_r của hệ ứng với n và ξ_s khác nhau

| ξ_s | n=1 | | n=5 | | n=9 | | Hmax | |
|---------|----------------|---------------|----------------|---------------|----------------|---------------|---------------|---------|
| | α_{opt} | ζ_{opt} | α_{opt} | ζ_{opt} | α_{opt} | ζ_{opt} | Không lắp TMD | Lắp TMD |
| 0,1 | 1,6003 | 0,089 | 0,7157 | 0,0398 | 0,5334 | 0,0297 | 223,6 | 6,998 |
| 0,4 | 1,5935 | 0,089 | 0,7126 | 0,0398 | 0,5312 | 0,0297 | 55,9 | 6,579 |
| 0,8 | 1,5889 | 0,089 | 0,7106 | 0,0398 | 0,5296 | 0,0297 | 37,27 | 6,32 |

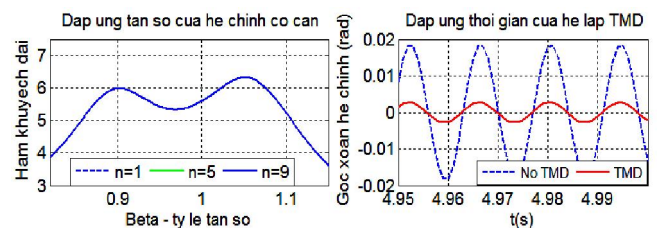
Căn cứ giá trị các tham số tối ưu ở bảng 2, ta có các đáp ứng tần số và đáp ứng thời gian của hệ ứng với 3 giá trị của ξ_s ở các hình 3, 4, 5. Chú ý rằng, các đáp ứng thời gian của hệ được xét ở giai đoạn chuyển động bình ổn và tần số số kích động bằng tần số dao động riêng của hệ chính.



Hình 3. Đáp ứng tần số và thời gian của hệ khi n = 1, 5, 9 và α_{opt} và ζ_{opt} ứng với $c_s = 0,1$



Hình 4. Đáp ứng tần số và thời gian của hệ khi n = 1, 5, 9 và α_{opt} và ζ_{opt} ứng với $c_s = 0,4$



Hình 5. Đáp ứng tần số và thời gian của hệ khi n = 1, 5, 9 và α_{opt} và ζ_{opt} ứng với $c_s = 0,6$

Từ đáp ứng thời gian của hệ ta có góc xoắn của hệ khi không lắp và lắp TMD cho ở bảng 3, hiệu quả giảm chấn của DVA cũng được đưa ra.

Bảng 3. Góc xoắn của hệ chính và hiệu quả giảm dao động khi lắp và không lắp DVA

| ξ_s | n=1 | | n=5 | | n=9 | | $\theta, 10^{-3}(\text{rad})$ | Hiệu quả (%) | |
|---------|----------------|---------------|----------------|---------------|----------------|---------------|-------------------------------|--------------|-------|
| | α_{opt} | ζ_{opt} | α_{opt} | ζ_{opt} | α_{opt} | ζ_{opt} | | | |
| 0,1 | 1,6003 | 0,089 | 0,7157 | 0,0398 | 0,5334 | 0,0297 | 109,5 | 3,415 | 96,88 |
| 0,4 | 1,5935 | 0,089 | 0,7126 | 0,0398 | 0,5312 | 0,0297 | 27,86 | 3,174 | 88,61 |
| 0,8 | 1,5889 | 0,089 | 0,7106 | 0,0398 | 0,5296 | 0,0297 | 18,59 | 3,029 | 83,71 |

Căn cứ vào các kết quả ở bảng 2 và các đồ thị biểu diễn đáp ứng của hệ ứng với các giá trị khác nhau của n và ξ_s hình 3, 4, 5 ta thấy rằng: Khi thay đổi giá trị n thì giá trị các tham số tối ưu α_{opt} và ζ_{opt} thay đổi nhưng giá trị của hàm khuếch đại không đổi, điều đó chứng tỏ hệ lắp nhiều lò xo và cản nhớt có độ cứng và hệ số cản giống nhau sẽ tương

đương với hệ lắp 1 lò xo và 1 cản nhớt. Từ bảng 3 cho thấy khi hệ số cản của hệ chính nhỏ ($c_s = 0,1$) thì hiệu quả giảm dao động của các bộ DVA tại tần số cộng hưởng là rất lớn (96,88%), khi hệ số cản của hệ chính càng lớn thì hiệu quả giảm dao động của DVA càng giảm (88,61% và 83,71%) tương ứng với ($c_s = 0,6$ và $c_s = 0,4$), điều đó là phù hợp với phương pháp tuyến tính hóa tương đương vì giả thiết của phương pháp này là sử dụng cho hệ có cản nhỏ.

6. KẾT LUẬN

Bài báo này nghiên cứu vấn đề tối ưu hóa các tham số cho bộ DVA gắn vào hệ chính có cản chịu kích động xoắn, ý tưởng chính của nghiên cứu là sử dụng phương pháp tuyến tính hóa tương đương dựa trên tiêu chí bình phương nhỏ nhất để thay thế hệ chính có cản thành hệ chính không cản tương đương, sau đó giải pháp giải tích cho tỷ lệ tần số tối ưu và tỷ lệ giảm chấn tối ưu được đưa ra dựa trên kết quả đã biết từ phương pháp hai điểm cố định cho hệ không cản, kết quả mô phỏng đáp ứng thời gian của hệ ở tần số cộng hưởng trong giai đoạn bình ổn cho thấy hiệu quả mạnh mẽ của giải pháp này cho hệ chính có cản.

Lời cảm ơn: Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trung tâm Nghiên cứu Ứng dụng Khoa học và Công nghệ, Trường Đại học Sư phạm kỹ thuật Hưng Yên, đề tài mã số UTEHY.T018.P1718.01

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Watts, P., 1883. "On a method of reducing the rolling of ship at sea". Transactions of the Institute of Naval Architects, Vol. 24, pp. 165–190.
- [2]. Frahm H., 1909. "Device for damped vibration of bodies". U.S. Patent no. 989958, 30 October 1909.
- [3]. Ormondroyd J, Den Hartog JP., 1928. "The theory of the dynamic vibration absorber". Trans ASME, J Appl Mech 1928;50(7):9–22.
- [4]. Asami T, Wakasono T, Kameoka K, et al., 1991. "Optimum design of dynamic absorbers for a system subjected to random excitation". JSME International Journal, Series 3, Vibration, Control Engineering, Engineering for Industry 34: 218–226.
- [5]. Asami T and Nishihara O, 1999. "Analytical and experimental evaluation of an air damped dynamic vibration absorber: design optimizations of the three-element type model". Journal of Vibration and Acoustics 121: 334–342.
- [6]. Nishihara O and Asami T, 2002. "Close-form solutions to the exact optimizations of dynamic vibration absorber (minimizations of the maximum amplitude magnification factors)". Journal of Vibration and Acoustics 124: 576–582.
- [7]. Crandall SH, Mark WD., 1963. "Random vibration in mechanical systems". New York: Academic Press.
- [8]. Iwata Y., 1982. "On the construction of the dynamic vibration absorbers". Prep Jpn Soc Mech Eng 1982;820(8):150–2 (in Japanese).
- [9]. Yamaguchi H., 1988. "Damping of transient vibration by a dynamic absorber". Trans Jpn Soc Mech Eng, Ser C 1988;54:561–8 (in Japanese)
- [10]. T. Igusa and A. Der Kiureghian. "Dynamic characterization of two-degree-of-freedom equipment-structure systems". J. eng. Mech

- [11]. T. Igusa and A. Der Kiureghian, 1983. "Dynamic analysis of multiple tuned and arbitrarily supported secondary systems". Report No UCB/EERC-83/073, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley
- [12]. Fujino Y, Abe M., 1993. "Design formulas for tuned mass dampers based on a perturbation technique". Earthquake Eng Struct Dyn ;22:833–54
- [13]. Pennestri, E., 1998. "An application of Chebyshev's min-max criterion to the optimum design of a damped dynamic vibration absorber". Journal of Sound and Vibration, Vol. 217, pp. 757–765.
- [14]. Ghosh, A. and Basu, B., 2007. "A closed-form optimal tuning criterion for TMD in damped structures". Structural Control and Health Monitoring, Vol. 14, pp. 681–692.
- [15]. Liu K and Coppola G. "Optimal design of damped dynamic vibration absorber for damped primary systems". Trans Canadian Soc Mech Eng 2010; 34(1): 119–135.
- [16]. Anh ND., 2010. "Duality in the analysis of responses to nonlinear systems". Vietnam J Mech, VAST 2010;32(4):263–6.
- [17]. Anh ND, Hieu NN, Linh. NN., 2012. "A dual criterion of equivalent linearization method for nonlinear systems subjected to random excitation". Acta Mech 2012;223(3):645–54.
- [18]. Xuan-Truong Vu, Duy-Chinh Nguyen, Doan-Dien Khong and Van-Canh Tong. "Closed-form solutions to the optimization of dynamic vibration absorber attached to multi-degrees-of-freedom damped linear systems under torsional excitation using the fixed-point theory". Proc IMechE Part K: J Multi-body Dynamics 0(0).
- [19]. Krylov N and Bogoliubov N., 1943. "Introduction to nonlinear mechanics". Princeton, NJ: Princeton University Press.
- [20]. Caughey TK., 1956. "Response of Van der Pols oscillator to random excitations". Trans ASME J App Mech 1956; 26(1): 345–348.
- [21]. Caughey TK., 1930. "Random excitation of a system with bilinear hysteresis". Trans ASME J App Mech 1960; 27(1): 649–652
- [22]. R. C. Booton, 1953. "The Analysis of Nonlinear Control Systems with Random Inputs". in Proceedings of the S3, mposium on Non linear (cuitAnalysis (PolytechnicInst. Brooklyn, New York), Vol. 2.
- [23]. T. K. Caughey, 1953. "Response of Nonlinear Systemsto Random Excitation", Lecture Note, California Inst. Technol.