

NGHIÊN CỨU VẾT NỨT TRONG CÁC KẾT CẤU BẰNG PHƯƠNG PHÁP XFEM

RESEARCH ON CRACK IN STRUCTURES USING XFEM

Nguyễn Anh Tú

TÓM TẮT

Ứng dụng lý thuyết cơ học phá hủy vào đánh giá trạng thái làm việc và độ tin cậy của thiết bị ngày càng được các nhà khoa học quan tâm. Việc dự đoán chính xác quá trình phát triển của các vết nứt trong các kết cấu đóng một vai trò quan trọng trong kỹ thuật. Phương pháp phần tử hữu hạn (FEM) ngày càng được sử dụng rộng rãi để mô phỏng các loại vết nứt khác nhau. Tuy nhiên với các kết cấu phức tạp, khi vết nứt phát triển, quá trình tính toán cho mô hình FEM thường mất nhiều thời gian, đồng thời cần áp dụng các thuật toán chia lại lưới cho vùng bao quanh vết nứt trong quá trình tính toán. Bài báo trình bày một nghiên cứu ứng dụng phương pháp phần tử hữu hạn mở rộng (XFEM) để mô phỏng trạng thái của vết nứt, trong đó mô hình vết nứt được xây dựng dựa trên mẫu thí nghiệm tiêu chuẩn của ASTM. Kết quả mô phỏng cho thấy khi tỉ lệ giữa kích thước chia lưới và kích thước ban đầu của vết nứt phù hợp, bài toán mô phỏng đạt được sự hội tụ cao. Đồng thời độ tin cậy của mô hình được kiểm chứng thông qua các so sánh hệ số cường độ ứng suất và ứng suất bao quanh vết nứt của bài toán mô phỏng với kết quả tính toán theo lý thuyết.

Từ khóa: Cơ học phá hủy, phương pháp phần tử hữu hạn (FEM), phương pháp phần tử hữu hạn mở rộng (XFEM), Hiệp hội đánh giá vật liệu Mỹ (ASTM).

ABSTRACT

The application of fracture mechanics on assessment of the performance and reliability of the equipments has received consideration of researchers. The prediction of crack propagation in structure play important role in engineering. Finite element method has been widely used to simulate various cracks. However, it is spent a lot of calculation time and computer resources when the structure is complex and it needs to apply remesh techniques to obtain better results. This paper presents an application of XFEM to simulate the cracks in which the simulation model is designed based on the ASTM standard. The simulation results show a high convergence when the rate between the mesh size and tie initial crack is small enough. Furthermore, the simulation results are validated by the theoretical calculations.

Keywords: Fracture Mechanics, Finite Element Method (FEM), Extended Finite Element Method (XFEM), American Society of Test and Materials (ASTM).

Nguyễn Anh Tú

Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội

Email: tuna@hau.edu.vn

Ngày nhận bài: 12/06/2017

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 20/07/2017

Ngày chấp nhận đăng: 15/10/2017

1. GIỚI THIỆU CHUNG

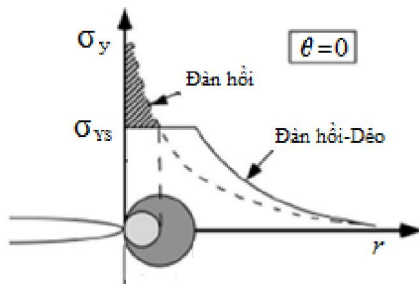
Cơ học phá hủy là một lĩnh vực của cơ học vật rắn nghiên cứu các đặc tính, ứng xử cơ học của chi tiết bị phá hủy bắt nguồn từ sự phát triển của các vết nứt hình thành từ trước. Từ đó có thể dự đoán được quy luật thay đổi kích thước của vết nứt, xác định được quy luật giảm sức bền dư của chi tiết máy để đưa ra các cảnh báo sửa chữa, thay thế các chi tiết, đảm bảo quá trình làm việc an toàn và liên tục cho hệ thống thiết bị. Lý thuyết cơ học phá hủy được nghiên cứu hoàn thiện và được trình bày một cách hệ thống trong nghiên cứu của Irwin và Rice [1], trong đó các thông số thường sử dụng để đánh giá đặc tính của các kết cấu như: hệ số cường độ ứng suất (K); tỉ lệ giải phóng năng lượng đàn hồi (G); tích phân J; dịch chuyển mở của đỉnh vết nứt (CTOD) và góc mở của đỉnh vết nứt (CTOA). Cho đến nay, có nhiều phương pháp được xây dựng nhằm xác định các đại lượng đặc trưng cho sức bền phá hủy của các loại vật liệu khác nhau như: phương pháp giải tích; phương pháp thực nghiệm; phương pháp FEM, trong đó phương pháp FEM ngày càng được sử dụng phổ biến trong tính toán, thiết kế kết cấu cơ khí bởi những ưu điểm như tiết kiệm chi phí thử nghiệm, an toàn và linh hoạt. Các nghiên cứu gần đây tập trung vào sự phát triển của vết nứt [2], đánh giá độ bền phá hủy của mẫu chịu kéo [3] và dự đoán tốc độ phát triển vết nứt do mỏi của [4]. Tuy nhiên phương pháp FEM cũng bộc lộ một số hạn chế trong quá trình phân tích mô phỏng vết nứt trong các kết cấu phức tạp, đặc biệt khi vết nứt phát triển tạo ra những miền không liên tục trong mô hình. Để khắc phục hiện tượng này, một số giải pháp được đề xuất bởi các nhà khoa học như phương pháp loại bỏ phần tử, phương pháp chia lại lưới trong quá trình mô phỏng hoặc kết hợp hai phương pháp FEM và BEM, trong đó phương pháp BEM được dùng để tính toán vùng bao quanh đỉnh vết nứt và phương pháp FEM tính toán cho các vùng ở xa đỉnh vết nứt [5, 6]. Trong một nghiên cứu gần đây, Belytschko và Black đã đề xuất phương pháp XFEM [7], trong đó không gian của phần tử hữu hạn được nâng cao bởi hàm gián đoạn (Jump Function) và các hàm tiệm cận gần đỉnh vết nứt, giải pháp này giúp mô phỏng các vết nứt có hình dạng bất kì mà không cần phải thực hiện việc chia lại lưới.

Trong bài báo này, tác giả trình bày phương pháp ứng dụng phương pháp XFEM trong phần mềm ABAQUS để xây dựng mô hình mô phỏng vết nứt 3D ở trạng thái chịu kéo theo chế độ I. Mô hình mô phỏng được kiểm chứng thông qua việc so sánh hệ số cường độ ứng suất và ứng suất bao quanh vết nứt của kết quả mô phỏng với kết quả tính toán theo lý thuyết.

2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT

2.1. Sự phân bố ứng suất vùng lân cận vết nứt

Vết nứt trong các chi tiết máy chịu tải được giả định có tính chất tương đồng với những vết khía chữ V. Do đặc trưng của hình dáng hình học gây nên sự tập trung ứng suất tại các đỉnh của vết nứt. Bên cạnh đó, ứng suất cao tập trung ở các cạnh vết nứt có thể gây nên sự xuất hiện của vùng vật liệu chịu biến dạng dẻo. Trạng thái ứng suất vùng vật liệu bao quanh đỉnh vết nứt được mô tả như trên hình 1. Tuy nhiên, khi giả thuyết vết nứt ở trạng thái lý tưởng, có thể bỏ qua ảnh hưởng của biến dạng dẻo và đặc tính của vết nứt tuân theo lý thuyết cơ học phá hủy đàn hồi tuyến tính.

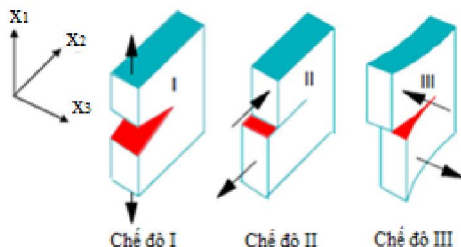


Hình 1. Trạng thái thực và trạng thái giả thiết của vết nứt [1]

Khi chi tiết chịu tác động của ngoại lực và ở trạng thái đàn hồi tuyến tính, ứng suất của vùng vật liệu bao quanh vết nứt được xác định [1]:

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{k}{\sqrt{r}} \right) f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m r^{m/2} g_{ij}^{(m)}(\theta) \quad (1)$$

Trong đó: hệ tọa độ cực (r, θ) có gốc tọa độ đặt tại đỉnh vết nứt, k là hằng số, f_{ij} là hàm của θ , A_m là cường độ của hàm bậc cao g_{ij} .



Hình 2. Các trạng thái tải cơ bản [1]

Trong thực tế, vết nứt có thể hình thành và phát triển tạo nên trường ứng suất rất phức tạp. Tuy nhiên, vết nứt phát triển trong một vật rắn thường được nghiên cứu theo ba chế độ cơ bản (hình 2): Chế độ I - Kéo vuông góc làm mở rộng vết nứt, chuyển vị của các bề mặt vết nứt theo phương vuông góc với mặt phẳng vết nứt; Chế độ II - Trượt phẳng, chuyển vị của các bề mặt vết nứt theo mặt phẳng

của vết nứt, hiện tượng trượt; Chế độ III - Trượt không phẳng, gây ra hiện tượng rách. Trường hợp tấm chịu tải ở chế độ I và ở trạng thái biến dạng đàn hồi, chiều rộng của tấm (W) được coi là rất lớn so với chiều dài vết nứt (a) , phương trình (1) có thể viết lại dưới dạng [1]:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta); \quad K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (2)$$

Trong đó: K_I được gọi là hệ số cường độ ứng suất khi tấm chịu tải ở chế độ I; σ là ứng suất tác dụng ở mép của tấm. Từ đó có thể thấy, khi biết được K_I thì ta có thể xác định được toàn bộ trường ứng suất bao xung quanh đỉnh của vết nứt.

Tuy nhiên trong thực tế, các chi tiết máy đều có kích thước giới hạn, do đó hệ số K_I thường được xác định biểu thức [1]:

$$K_I = Y \sigma \sqrt{a} \quad (3)$$

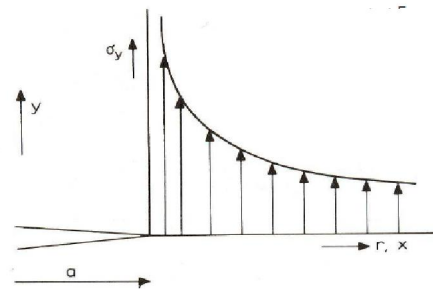
Trong đó:

$$Y = 1,99 - 0,41 \frac{a}{W} + 18,7 \left(\frac{a}{W} \right)^2 - 38,48 \left(\frac{a}{W} \right)^3 + 53,85 \left(\frac{a}{W} \right)^4 \quad (4)$$

Ứng suất theo phương y trong vùng bao quanh vết nứt được xác định theo biểu thức [8]:

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (5)$$

Trong đó, r là khoảng cách từ đỉnh vết nứt đến điểm khảo sát, phân bố ứng suất σ_y được mô tả như trên hình 3.



Hình 3. Phân bố ứng suất vùng lân cận vết nứt [1]

Khi khảo sát sự phân bố ứng suất dọc theo trục x, tương ứng với θ bằng không, biểu thức ứng suất theo phương y được viết lại:

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \quad (6)$$

2.2. Phương pháp XFEM trong ABAQUS

Phương pháp XFEM được xem như sự mở rộng của phương pháp FEM truyền thống dựa trên khái niệm sự thống nhất của các vùng biến dạng. Phương pháp này cho phép tồn tại sự không liên tục trong các phần tử bằng việc tăng bậc tự do bởi các hàm chuyển vị [8]:

$$u = \sum_{l=1}^N N_l(x) \left[u_l + H(x) a_l + \sum_{\alpha=1}^4 F_{\alpha}(x) b_l^{\alpha} \right] \quad (7)$$

Trong đó:

u là véctơ chuyển vị;

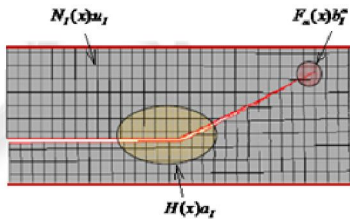
u_i là các véctơ chuyển vị nút;

a_i, b_i là bậc tự do nút nâng cao của véctơ tự do;

$N_i(x)$ là các hàm bề mặt;

$H(x)$ là hàm bước nhảy;

$F(x)$ là các hàm tiệm cận đỉnh vết nứt.

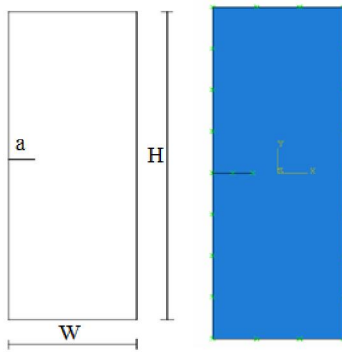


Hình 4. Các vùng đặc trưng trên mô hình mô phỏng vết nứt theo XFEM [8]

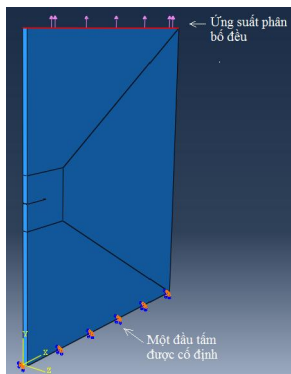
3. MÔ HÌNH XFEM VÀ KẾT QUẢ MÔ PHỎNG

3.1. Mô hình XFEM

Mô hình XFEM được thiết kế dựa theo tiêu chuẩn của hiệp hội đánh giá vật liệu của Mỹ (ASTM) [9]. Các kết cấu để gá đặt mẫu lên máy thử kéo hoặc gắn cảm biến đo chuyển vị được đơn giản hóa để giảm thời gian tính toán và nguồn lực máy tính, nhưng vẫn đảm bảo tính tổng quát của bài toán. Mô hình mô phỏng được biểu diễn như hình 5. Trong đó mẫu được giả định có vết nứt hình thành trước với kích thước a , chiều dài H , chiều rộng là W và chiều dày B , trong đó $H = 1,2W$, chịu tải ở chế độ I với ứng suất kéo ở biên là 1Mpa (hình 6). Vật liệu sử dụng là Aluminum 6061-T6, đặc tính cơ học vật liệu được mô tả trong bảng 1.



Hình 5. Mô hình XFEM được đơn giản hóa

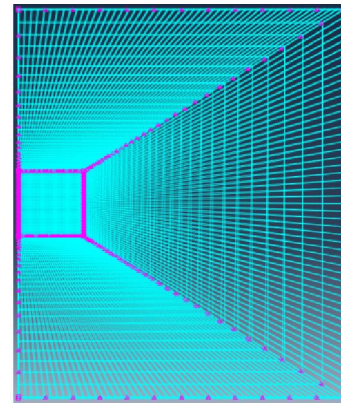


Hình 6. Phân vùng và thiết lập các điều kiện biên mô hình

Bảng 1. Đặc tính của vật liệu [1]

Mô đun đàn hồi	Hệ số Poát Xông (ν)	Ứng suất chính lớn nhất	Tỉ lệ giải phóng năng lượng (G_c)
70 GPa	0,33	146,3 MPa	24,2 KN/m

Trong các bài toán phân tích phần tử hữu hạn, giải pháp chia lưới cho mô hình mô phỏng có vai trò quan trọng và có ảnh hưởng lớn đến độ chính xác của kết quả tính toán. Nếu giải pháp chia lưới phù hợp sẽ tiết kiệm được nguồn lực máy tính, giảm số lượng phép tính, do đó sẽ giảm thời gian cần thiết để thực hiện việc tính toán. Phương pháp chia lưới cho mô hình được mô tả như hình 7, trong đó vùng bao quanh vết nứt các phần tử có kích thước nhỏ hơn, Ze . Vùng bao ngoài có kích thước phần tử tăng dần theo chiều hướng ra biên.



Hình 7. Phương pháp chia lưới cho mô hình

3.2. Kết quả mô phỏng và thảo luận

Kết quả nghiên cứu được khảo sát cho các trường hợp chiều dài ban đầu của vết nứt lần lượt là 5, 10, 15 và 20 mm. Trong đó, với từng trường hợp của chiều dài vết nứt ban đầu, kích thước hạt trong vùng xuất hiện vết nứt cũng được thay đổi để xác định sự hội tụ của kết quả mô phỏng. Sau khi thực hiện chạy chương trình mô phỏng, hệ số cường độ ứng suất K_I (bảng 2) được lấy từ mô đun ABAQUS/Viewer cho các trường hợp phân tích và kết quả tính toán theo phương trình (3).

Từ hình 8 có thể dễ dàng nhận thấy, trong cả bốn trường hợp thay đổi của chiều dài vết nứt ban đầu, khi tỉ lệ Ze/a lớn, kết quả mô phỏng có sự mất ổn định lớn và không tuân theo quy luật xác định. Tuy nhiên kết quả mô phỏng đạt được trạng thái hội tụ và ổn định khi tỉ lệ Ze/a là 0,05 và đạt được với sai lệch giữa kết quả theo giải tích và kết quả mô phỏng là nhỏ hơn 2%.

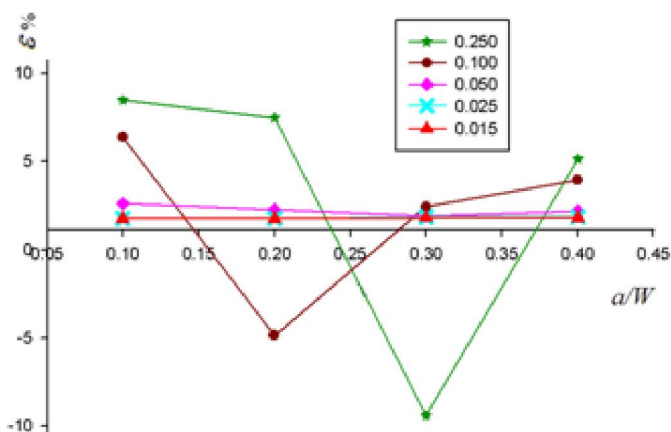
Từ phân tích sự hội tụ của kết quả mô phỏng, nghiên cứu tiếp theo được thực hiện với tỉ lệ Ze/a bằng 0,025, bởi ở kích thước chia lưới này đủ đảm bảo cho sự hội tụ và chính xác của kết quả mô phỏng. Nếu chia lưới ở kích thước nhỏ hơn thì kết quả mô phỏng gần như không thay đổi, trong khi số lượng phần tử và số nút của mô hình tăng dẫn đến tăng thời gian tính toán cũng như tiêu tốn nhiều nguồn lực máy tính hơn.

Bảng 2. Hệ số K_I của kết quả mô phỏng và tính toán theo giải tích

a/W	K_I (Giải tích)	K_I (XFEM)					$\epsilon\% = \frac{K_I \text{ (XFEM)} - K_I \text{ (Giải tích)}}{K_I \text{ (Giải tích)}} \cdot 100\%$				
		Ze/a					Ze/a				
		0,250	0,100	0,050	0,025	0,015	0,25	0,1	0,05	0,025	0,015
0,1	4,702	5,101	5,002	4,825	4,702	4,784	8,480	6,374	2,610	1,756	1,743
0,2	7,697	8,274	7,324	7,872	7,698	7,834	7,482	-4,858	2,264	1,778	1,744
0,3	11,414	10,34	11,691	11,630	11,414	11,624	-9,413	2,421	1,888	1,839	1,806
0,4	16,698	17,557	17,358	17,062	16,698	17,004	5,142	3,951	2,178	1,837	1,798

Bảng 3. Ứng suất phát sinh quanh vết nứt

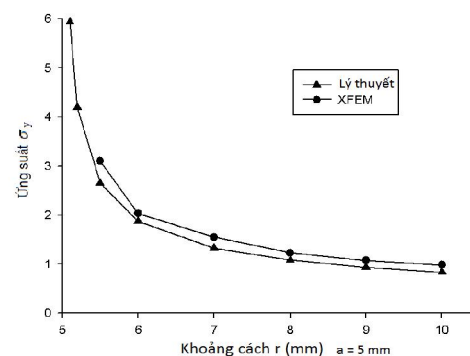
TT	r (từ đỉnh vết nứt), mm	Ứng suất σ_y (N/mm ²)							
		a = 5mm		a = 10mm		a = 15mm		a = 20mm	
		Kết quả giải tích	XFEM	Kết quả giải tích	XFEM	Kết quả giải tích	XFEM	Kết quả giải tích	XFEM
1	5,01	18,763	-	30,718	-	45,549	-	66,633	-
2	5,1	5,933	-	9,713	-	14,403	-	21,071	-
3	5,2	4,195	-	6,868	-	10,185	-	14,899	-
4	5,5	2,653	3,100	4,344	4,752	6,441	7,132	9,423	10,552
5	6	1,876	2,040	3,071	3,573	4,554	5,022	6,663	7,346
6	7	1,326	1,550	2,172	2,484	3,220	3,814	4,711	5,021
7	8	1,083	1,230	1,773	2,035	2,629	3,004	3,847	4,297
8	9	0,938	1,080	1,535	1,772	2,277	2,637	3,331	3,891
9	10	0,839	0,984	1,373	1,526	2,037	2,518	2,979	3,375

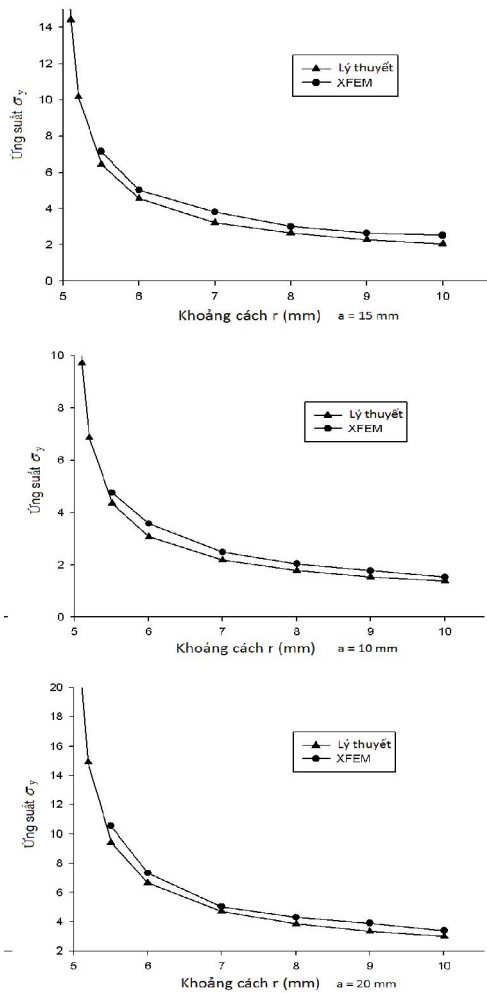
Hình 8. Sai lệch K_I giữa kết quả mô phỏng (XFEM) và tính toán theo lý thuyết

Ứng suất theo phương chịu kéo của mẫu (σ_y) tại các vị trí khác nhau theo phương trục x được xác định từ mô đun ABAQUS/Viewer và kết quả tính toán theo phương pháp giải tích (phương trình 6) được trình bày trong bảng 3.

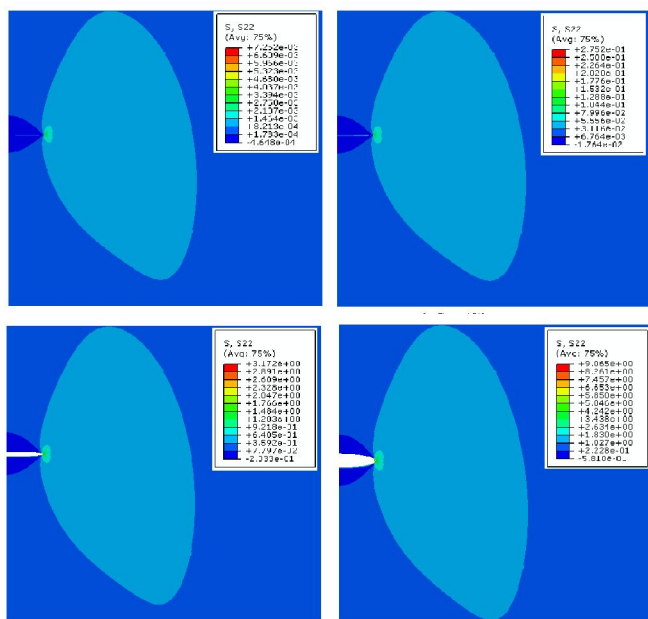
Để đánh giá độ tin cậy của mô hình XFEM, giá trị ứng suất phân bố quanh đỉnh vết nứt từ mô hình mô phỏng được so sánh với kết quả tính toán theo lý thuyết cho cả bốn trường hợp có kích thước vết nứt ban đầu khác nhau được mô tả như trên hình 9.

Từ hình 9 cho thấy, sự tương đồng giữa kết quả mô phỏng và kết quả tính theo lý thuyết cho cả bốn trường hợp có kích thước vết nứt ban đầu thay đổi, ($a = 5, 10, 15$ và 20). Thành phần ứng suất σ_y có giá trị tăng nhanh ở vị trí gần đỉnh vết nứt và có xu hướng giảm dần ở các vị trí xa đỉnh vết nứt. Bên cạnh đó, khi kích thước vết nứt ban đầu càng lớn thì ứng suất phát sinh sẽ càng lớn, tuy nhiên ứng suất tại một số vị trí lân cận đỉnh vết nứt trên hình vẽ không được xác định theo phương pháp XFEM do giới hạn bởi kích thước của phần tử khi chia lưới. Sự phân bố ứng suất σ_y trong miền bao quanh đỉnh vết nứt được xác định tại các bước phân tích khác nhau được biểu diễn trên hình 10.





Hình 9. Sai lệch ứng suất giữa kết quả mô phỏng (XFEM) và tính toán theo lý thuyết



Hình 10. Phân bố ứng suất σ tại các bước phân tích khác nhau với trường hợp $a = 5$ mm: a) $t = 0,04$; b) $t = 1,51$; c) $t = 17,7$; d) $t = 50$

4. KẾT LUẬN

Cùng với sự phát triển của lĩnh vực khoa học máy tính, phương pháp mô phỏng ngày càng được nghiên cứu và ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực, đặc biệt là trong lĩnh vực tính toán và thiết kế cơ khí. Việc ứng dụng phương pháp mô phỏng trong tính toán thiết kế góp phần giảm chi phí, gọn nhẹ, dễ thực hiện và an toàn hơn so với việc thử nghiệm trên mẫu thực. Bài báo trình bày nghiên cứu ứng dụng kĩ thuật XFEM trong ABAQUS để mô phỏng trạng thái vết nứt ở chế độ chịu tải I trong chi tiết máy. Đại lượng cường độ ứng suất đặc trưng cho trạng thái của vật liệu miền bao quanh đỉnh vết nứt được sử dụng để đánh giá sự hội tụ của bài toán mô phỏng. Kết quả cho thấy khi tỉ lệ Ze/a nhỏ hơn 0,05, kết quả mô phỏng đạt được trạng thái hội tụ và đạt được sự hội tụ cao khi tỉ lệ này nhỏ hơn 0,025 với sai lệch so với tính toán theo giải tích nhỏ hơn 2%. Phân bố ứng suất vùng vật liệu bao quanh đỉnh vết nứt cũng được xác định và cho thấy sự thống nhất cao với những phân tích theo lý thuyết.

Bên cạnh đó, kết quả mô phỏng cho thấy phương pháp XFEM cho phép mô phỏng các vết nứt phát triển mà không phải đi qua các điểm nút của mô hình, do đó không cần phải thực hiện lại việc chia lại lưới trong quá trình mô phỏng. Mặc dù phương XFEM được sử dụng như một phương pháp chia lưới độc lập, việc chia lưới không phụ thuộc vào hình dạng hình học của vết nứt, tuy nhiên kết quả mô phỏng cho thấy kích thước chia lưới tại đỉnh của vết nứt ảnh hưởng lớn đến độ chính xác của kết quả mô phỏng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Broek, D., (1982). Elementary engineering fracture mechanics. Martinus Nijhoff, Boston, London.
- [2]. Miloud Souiyah, A. Muchtar, Abdunaser Alshoabi and A. K. Ariffin, 2009. Finite Element Analysis of the Crack Propagation for Solid Materials. 6, 1396-1402.
- [3]. Satya Prasad Paruchuru and Anju Jain, 2007. Finite Element Modeling and Experimental Validation of Computational Procedures for a Fracture Mechanics Based Bone Test Method. Trends Biomater. Artif. Organs, 21, 1-7.
- [4]. Purkar T. Sanjay and Pathak Sunil, 2012. Aspect of Finite Element Analysis Methods for Prediction of Fatigue Crack Growth Rate. Research Journal of Recent Sciences. 1, 85-91.
- [5]. A. Frangi and G. Novati, 2003. BEM-FEM Coupling for 3D Fracture Mechanics Applications. Computer Mechanics. 32, 415-422.
- [6]. B. Aour, O. Rahmani, M. Nait-Abdelaziz, 2007. A Coupled FEM/BEM Approach and Its Accuracy for Solving Crack Problems in Fracture Mechanics. International Journal of Solids and Structures. 44, 2523-2539.
- [7]. Xian-Kui Zhu, James A. Joyce, (2012), Review of fracture toughness testing and standardization, Engineering Fracture Mechanics, 85 (2012) 1-46.
- [8]. Simulia ABAQUS 6.11, (2011). ABAQUS Analysis User's Manual. HKS Inc., Providence, RI, USA.
- [9]. ASTM E399-90, (1997). Standard test method for linear-elastic plane strain fracture toughness of material. American Society for Testing and Materials.